80 GSM

009273

සියලු ම හිමිකම් ඇවිරිණි /
முழுப் பதிப்புரிமையுடையது /
All Rights Reserved

ශ්‍රී ලංකා විභාග දෙපාර්තමේන්තුව / இலங்கைப் பரீட்சைத் திணைக்களம் / Department of Examinations, Sri Lanka

අධ්‍යයන පොදු සහතික පත්‍ර (උසස් පෙළ) විභාගය, 1997 අගෝස්තු (පැරණි නිර්දේශය)
கல்விப் பொதுத் தராதரப்பத்திர(உயர் தர)ப் பரீட்சை, 1997 ஓகஸ்ற் (பழைய பாடத்திட்டம்)
General Certificate of Education (Adv. Level) Examination, August 1997 (Old Syllabus)

ශුද්ධ ගණිතය I
தூய கணிதம் I
Pure Mathematics I

01 S I

පැය තුනයි / மூன்று மணி / Three hours

ප්‍රශ්න හයකට පමණක් පිළිතුරු සපයන්න.

1. (අ) $r \geq 1$ සඳහා,

$$u_r = \frac{\sqrt{r}}{(1+\sqrt{1})(1+\sqrt{2})\ldots\ldots(1+\sqrt{r})}$$

යැයි දී ඇත.
$r > 1$ සඳහා $f(r-1) - f(r) = u_r$ වන පරිදි $f(r)$ සොයන්න.
$\sum_{r=1}^{n} u_r = 2u_1 - \frac{u_n}{\sqrt{n}}$ බව පෙන්වන්න.
$\sum_{r=1}^{\infty} u_r$ යන්න 1 ට අභිසාරී වන බව පෙන්වීම සඳහා ඉහත ප්‍රතිඵලය යොදන්න.

(ආ) n යනු ධන නිඛිලයක් නම්, $2^{2n+2} + 3^{2n}$ යන්න 120 න් බෙදූ විට ශේෂය 25 බව ගණිත අභ්‍යුහනයෙන් පෙන්වන්න.

2. (අ) සියලු තාත්ත්වික a, b සඳහා $a^2 + b^2 \geq \frac{1}{2}(a+b)^2$ බව පෙන්වන්න.
ඉහත ප්‍රතිඵලය යෙදීමෙන් හෝ අන් ක්‍රමයකින් හෝ, a, b තාත්ත්වික විට

$$a + b + x = 1$$
$$a^2 + b^2 + x^2 = 3$$

සමීකරණ දෙක සපුරාලන්නේ නැති තාත්ත්වික x හි අගය කුලකය සොයන්න.

(ආ) $|5x-8| < (3x-2)$ වන පරිදි වූ x හි අගය කුලකය සොයන්න.

(ඇ) a, b ධන නියත වන අතර y ප්‍රකාශනය, $y = \frac{x-a}{x^2-b^2}$ යන්නෙන් දෙනු ලැබේ. $b > a$ නම්, තාත්ත්වික x සඳහා y ට ඕනෑම අගයක් ගත හැකි බව පෙන්වන්න.
තවද $a > b$ නම් එක්තරා ප්‍රාන්තරයක ඇති අගයයන් හැර අන් සියලුම අගයයන් y ගන්නා බව ද පෙන්වන්න.

3. (අ) a, b, c තාත්ත්වික සංඛ්‍යා විට, $(a+b+c)^5 - a^5 - b^5 - c^5$ හි සාධක සොයන්න.

(ආ) $f(x)$ බහුපදය, $f(x) = x^5 + 3x^4 - 2x^3 + 2x^2 - 3x + 1$ යන්නෙන් දෙනු ලැබේ.
(i) $(x-1)$ හෝ $(x+1)$, $f(x)$ හි සාධකයක් නොවන බව පෙන්වන්න.
(ii) (x^2-1) මගින් $f(x)$ බෙදූ විට ශේෂය සොයන්න.
(iii) (x^2+1) මගින් $f(x)$ බෙදූ විට ශේෂය 2 බව පෙන්වා, එනයින් $f(x) = 2$ හි එක් තාත්ත්වික මූලයක් ලබා ගන්න.

[අනෙක් පිට බලන්න.

4. ධන නිඛිලමය දර්ශකයක් සඳහා ද මුවාවර් ප්‍රමේයය ප්‍රකාශ කර සාධනය කරන්න.

$(\cos\theta + i\sin\theta)^8$ සැලකීමෙන්,

$$\cos 8\theta = 128\cos^8\theta - 256\cos^6\theta + 160\cos^4\theta - 32\cos^2\theta + 1$$

බව පෙන්වන්න.

එනයින්, $\cos^2\frac{\pi}{16}$, $\sin^2\frac{\pi}{16}$, $\cos^2\frac{3\pi}{16}$ සහ $\sin^2\frac{3\pi}{16}$ සංඛ්‍යා $128x^4 - 256x^3 + 160x^2 - 32x + 1 = 0$ සමීකරණයේ මූල බව පෙන්වන්න.

5. z_1, z_2 සංකීර්ණ සංඛ්‍යා දෙක පිළිවෙළින් P_1 සහ P_2 ලක්ෂ්‍යවලින් ආර්ගන් සටහනෙහි නිරූපණය වේ නම්, $z_2 - z_1$ සංකීර්ණ සංඛ්‍යාව ආර්ගන් සටහනෙහි නිරූපණය කළ හැක්කේ කෙසේ දැයි පෙන්වන්න.

ආර්ගන් සටහනෙහි P_0, P සහ P' ලක්ෂ්‍ය අනුරූප වන්නේ පිළිවෙළින් z_0, z සහ z' සංකීර්ණ සංඛ්‍යාවලට ය. $P_0P = P_0P'$ බව දී ඇත. P_0P සිට වාමාවර්ත අතට මැනූ විට $P'\widehat{P_0}P$ කෝණය θ නම්

$$(z' - z_0) = (z - z_0)(\cos\theta + i\sin\theta)$$

බව පෙන්වන්න.

$A_0A_1A_2A_3A_4A_5A_6A_7$ යනු සවිධි අෂ්ටාස්‍රයක් වන අතර A_0, A_4 ශීර්ෂ පිළිවෙළින් z_0, z_4 සංකීර්ණ සංඛ්‍යාවලට අනුරූප වේ. A_1, A_2, A_3, A_5, A_6 සහ A_7 ශීර්ෂවලට අනුරූප සංකීර්ණ සංඛ්‍යා

$$\frac{1}{2}(z_0 + z_4) + \frac{1}{2}(z_0 - z_4)(\cos\alpha \pm i\sin\alpha)$$

ආකාරයට ප්‍රකාශ කළ හැකි බව පෙන්වන්න; මෙහි α සඳහා අගයයන් තුනක් නිර්ණය කළ යුතුවේ.

6. (අ) *"COEFFICIENT"* වචනයෙහි අක්ෂර 11 න් සෑදෙන විවිධ සංකරණ සංඛ්‍යාව සොයන්න.

තවද, *COEFFICIENT* වචනයෙහි අක්ෂර 11 න් සෑදිය හැකි, අක්ෂර හතරක් අඩංගු එකිනෙකට වෙනස් තේරීම් සංඛ්‍යාව ද සොයන්න.

(ආ) A බෑගයෙහි සුදු බෝල 8 ක් සහ කලු බෝල 6 ක් තිබෙන අතර B බෑගයෙහි සුදු බෝල 6 ක් සහ කලු බෝල 3 ක් තිබේ.

(i) බෝල 6 ම එකම බෑගයෙන් ලැබේ නම්

(ii) කලු බෝල, බෑග් දෙකෙන් ඕනෑම එක් බෑගයකිනුත් සුදු බෝල අනෙක් බෑගයෙනුත් ලැබේ නම්

(iii) බෝල ලැබෙන බෑග සම්බන්ධයෙන් කිසිම සීමා කිරීමක් නොමැති නම්

එක් එක් අවස්ථාව සඳහා, සුදු බෝල 4 ක් සහ කලු බෝල 2 ක් ඇතුලත් වන සේ බෝල 6 කින් යුත් කාණ්ඩ කොපමණක් තෝරා ගත හැකි ද?

< www.sinhalaelibrary.com > Source :- www.pastpaperlk.com 2

7. n යනු ධන නිඛිලයක් විට, $(1+x)^n$ සඳහා ද්විපද ප්‍රසාරණය ප්‍රකාශ කොට, සාධනය කරන්න.
a, b යනු තාත්ත්වික නියත විට, $(a+b)^n$ සඳහා ප්‍රසාරණය අපෝහනය කරන්න.

(i) $1.\,{}^nC_1 a^1 b^{n-1} + 2.\,{}^nC_2 a^2 b^{n-2} + \ldots + r.\,{}^nC_r a^r b^{n-r} + \ldots + n.\,{}^nC_n a^n$

ශ්‍රේණිය වීජීය ක්‍රමයකින් ගණනය කර $a+b=1$ විට එම ශ්‍රේණිය na ට සමාන බව පෙන්වන්න.

(ii) $a+b=1$ වන සේ දී ඇති ධන a, b සඳහා, ${}^nC_r a^r b^{n-r}$ හි වැඩිතම අගය $r=r_0$ හි දී ලැබේ නම්
$an-b \le r_0 \le an+a$, $0 \le r_0 \le n$ බව පෙන්වන්න.

$a = b = \frac{1}{2}$ යැයි සලකා $n=4$ සඳහා ද $n=5$ සඳහා ද r_0 නිර්ණය කරන්න.

r_0 හි අනන්‍යතාව සාකච්ඡා කරන්න.

8. (අ) (i) $\lim_{x \to 0} \frac{1}{x}\left\{\sqrt{1+\frac{1}{x^2}} - \frac{1}{x}\right\}$

(ii) $\lim_{x \to 0} \frac{1-\cos 3x}{\tan^2 4x - x^2}$

සොයන්න.

(ආ) ප්‍රථමධර්ම මගින්, x විෂයයෙන්, $x \cos x$ හි ව්‍යුත්පන්නය සොයන්න.

(ඇ) $y = [ln(x + \sqrt{1+x^2})]^2$ නම්,

$$(1+x^2)\frac{d^2y}{dx^2} + x\frac{dy}{dx} = 2$$

බව පෙන්වන්න.

9. (අ) $\int x(ln\, x)^2\, dx$ අනිශ්චිත අනුකලය සොයන්න.

(ආ) $\int_0^{\frac{\pi}{4}} \frac{2\,dx}{3\sin 2x + 4\cos 2x} = \frac{1}{5}\,ln\,6$ බව පෙන්වන්න.

(ඇ) $I = \int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} \frac{e^x}{1+e^x} \sin^4 x\; dx = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin^4 x\, dx$

බව පෙන්වන්න.

එනයින් හෝ අන් අයුරකින් හෝ I අගයන්න.

[අනෙක් පිට බලන්න.

10. (අ) $\int_0^1 \frac{dx}{1+x^2}$ සඳහා ආසන්න අගයක් ලබා ගැනීමට, සිව් - ඉලක්කම් ගණිත වගු භාවිත කිරීමෙන්, කෝටික 5 සහිතව ත්‍රපීසාභ නීතිය යොදන්න.

(ආ) $ln(1+x^2)$ සඳහා x^5 හි පදය සහ එය දක්වා වූ පද ඇතුළත් මැක්ලෝරින් ප්‍රසාරණය ලබා ගන්න.

(ඇ) $f(x) = \frac{x^2+3x}{(1+x)(1-x)^2}$ යන්න. $\frac{A}{1+x} + \frac{B}{1-x} + \frac{C}{(1-x)^2}$ ආකාරයට ප්‍රකාශ කරන්න; මෙහි A, B, C යනු නිර්ණය කළ යුතු නියත වේ.

එනයින්, r මගින් a_r හි අගය දෙමින්, $\sum_{r=0}^{\infty} a_r x^r$ ආකාරයට $f(x)$ ප්‍රකාශ කරන්න.

11. xy තලයේ වූ, C වක්‍රයක්

$$x = \frac{1}{t+2}, \quad y = \frac{1}{t^2+4}$$

මගින් දෙනු ලැබේ; මෙහි t යනු -2 හැර අන් සියළුම තාත්ත්වික අගයන් ගන්නා පරාමිතියකි.

එකම රූපයෙහි,

(i) t ට එරෙහිව x

(ii) t ට එරෙහිව y

වක්‍රවල දළ සටහන් අඳින්න.

t ඇසුරෙන් $\frac{dy}{dx}$ ලබාගෙන, y හි හැරුම් ලක්ෂ්‍ය (තිබේ නම්) සොයන්න.

C වක්‍රයේ දළ සටහනක් අඳින්න.

12. පිළිවෙළින් $3y = 2x(4-x)$ සහ $x^2+y^2-5x+2=0$ සමීකරණවලින් දෙනු ලබන C_1 සහ C_2 වක්‍රවල දළ සටහන් එකම රූ සටහනෙක අඳින්න.

C_1 සහ C_2 අතර හා $y = 2$ රේඛාවට ඉහළින් පිහිටි S පෙදෙසේ වර්ගඵලය සොයන්න.

x අක්ෂය වටා සෘජුකෝණ හතරකින් S භ්‍රමණය කිරීමෙන් ලැබෙන පරිභ්‍රමණ ඝනයේ පරිමාව $\frac{1043}{270}\pi$ බව පෙන්වන්න.